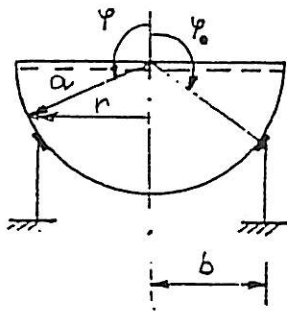


1. Yllä oleva puolipallon muotoinen säiliö on täynnä nestettä, jonka tiheys on ρ . Säiliö on tuettu kohdassa $\alpha = \alpha_0$ olevan vahvistusrenkaan avulla. Laske säiliön jännitykset kalvotilassa. Mikä on vahvistusrenkaan normaalivoima?



3. Oheisen kuvan mukainen puolipallon muotoinen säiliö on täynnä nestettä, jonka tiheys on ρ . Säiliö on tuettu kohdassa $\varphi = \varphi_0$ olevan vahvistusrenkaan avulla. Laske säiliön jännitysresultanteille kalvotilan mukaiset lausekkeet. Mikä on vahvistusrenkaan normaalivoima?

$$N_\varphi = \frac{1}{r \sin \varphi} \left[C_1 + \int r r_\varphi (q_z \cos \varphi - q_\varphi \sin \varphi) d\varphi \right]$$

$$N_\varphi / r_\varphi + N_\theta / r_\theta = q_z$$

Ratkaisu: $q_z = -\rho g a \cos \varphi$ $q_\varphi = q_\theta = 0$ $r_\varphi = r_\theta = a$ $r = a \sin \varphi$

$$N_\varphi = -\frac{1}{a \sin^2 \varphi} \left[C_1 + \int a^2 \sin \varphi \rho g a \cos \varphi \cos \varphi d\varphi \right] = -\frac{1}{a \sin^2 \varphi} \left(C_1 - \frac{\rho g a^3}{3} \cos^3 \varphi \right)$$

$$N_\theta = \rho g a \cos \varphi - N_\varphi$$

$\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \varphi_0$ reunaehto $N_\varphi(\frac{\pi}{2}) = 0 \Rightarrow C_1 = 0$

$$\Rightarrow N_\varphi = \frac{\rho g a^2 \cos^3 \varphi}{3 \sin^2 \varphi} \quad N_\theta = -\rho g a \cos \varphi - \frac{\rho g a^2 \cos^3 \varphi}{3 \sin^2 \varphi} = -\frac{\rho g a^2}{3} (3 + \cot^2 \varphi) \cos \varphi$$

$\varphi_0 \leq \varphi \leq \pi$ reunaehto $N_\varphi(\pi) \neq \infty \Rightarrow C_1 = -\frac{\rho g a^3}{3}$

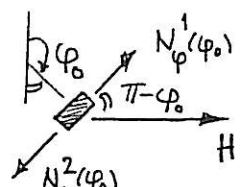
$$\Rightarrow N_\varphi = \frac{\rho g a^2}{3} \frac{1 + \cos^3 \varphi}{\sin^2 \varphi} = \frac{\rho g a^2}{3} \frac{(1 + \cos \varphi)(1 - \cos \varphi + \cos^2 \varphi)}{(1 + \cos \varphi)(1 - \cos \varphi)} = \frac{\rho g a^2}{3} \left(\frac{1}{1 - \cos \varphi} - \cos \varphi \right)$$

$$N_\theta = -\frac{\rho g a^2}{3} \left(3 \cos \varphi + \frac{1}{1 - \cos \varphi} - \cos \varphi \right) = -\frac{\rho g a^2}{3} \left(\frac{1}{1 - \cos \varphi} + 2 \cos \varphi \right)$$

$$N_\varphi^1(\varphi_0) = \frac{\rho g a^2 \cos^3 \varphi_0}{3 \sin^2 \varphi_0} \quad N_\varphi^2(\varphi_0) = \frac{\rho g a^2 (1 + \cos^3 \varphi_0)}{3 \sin^2 \varphi_0}$$

$$N_\varphi^2(\varphi_0) - N_\varphi^1(\varphi_0) = \frac{\rho g a^2}{3 \sin^2 \varphi_0}$$

$$H = -(N_\varphi^2 - N_\varphi^1) \sin(\pi - \varphi_0) = -(\text{pit.}) * (-\cos \varphi_0)$$



o. Vahvistusrenkaaseen kohdistuu vaakavoima $H = \frac{\rho g a^2 \cos \varphi_0}{3 \sin^2 \varphi_0}$

Vahvistusrenkaan normaalivoima $N = bH = a \sin \varphi_0 H = \frac{\rho g a^3}{3} \cot \varphi_0$

Huom! Vahvistusrenkaan normaalivoima $N < 0$, sillä $\cot \varphi_0 < 0$ kun $\varphi_0 > \frac{\pi}{2}$