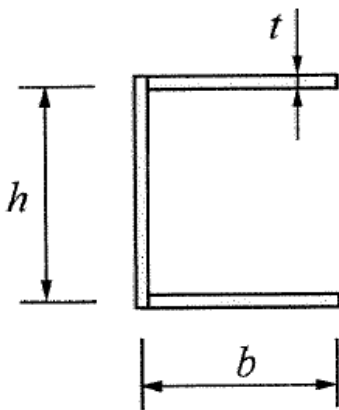
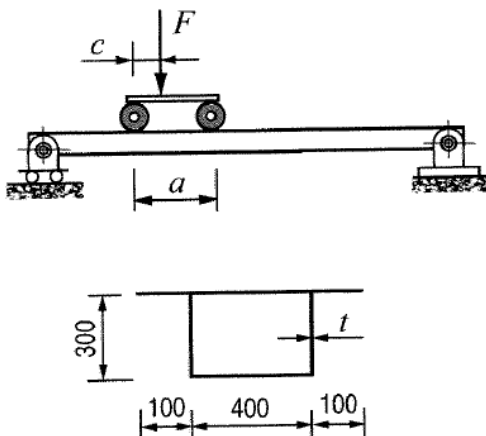


1. Määritä yhdistetyn taivutuksen ja normaalivoiman myötökäyrä kuvan I-poikkileikkaukselle. Tutki tapaukset, joissa
 - a) normaalivoima vaikuttaa ainoastaan uumassa eli $N < R_e A_u$
 - b) normaalivoima vaikuttaa myös laipoissa eli $N > R_e A_u$. Materiaalin myötöraja on R_e ja uuman poikkipinta-ala A_u .

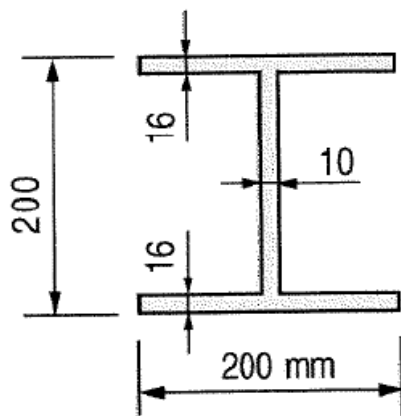


2. Määritä kuvan hitsatun U-profiilin likimääräisen myötöehdon myötökäyrän yhtälö $f(M_z, N) = 1$, kun poikkileikkausta rasittaa taivutusmomentti M_z ja normaalivoima N . Profiili on ohutseinäinen ($t \ll h$). Numerosovellus: $b = 90 \text{ mm}$, $h = 150 \text{ mm}$, $t = 10 \text{ mm}$



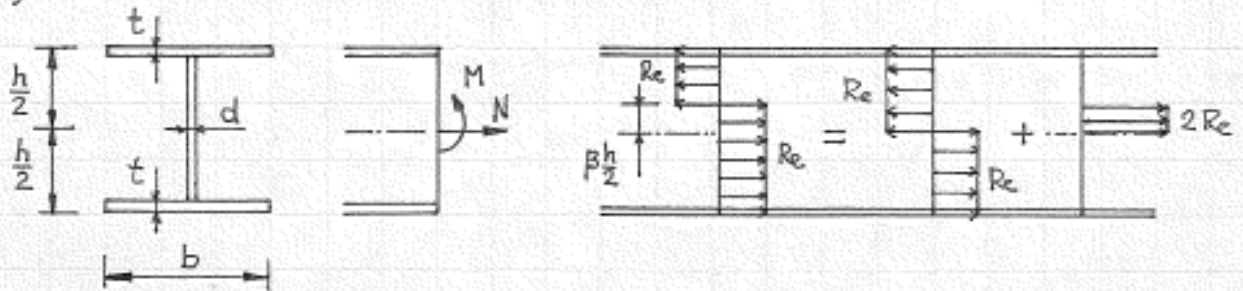
Kotitehtävä 2

Määritä kuvan teräspalkin varmuus rajatilaan nähden, kun kuormavaunu voi olla millä kohdalla tahansa palkkia. Kuvan poikkileikkauksen mitat ovat millimetrejä. Palkin pituus $L = 10 \text{ m}$, $a = 4 \text{ m}$, $c = 1,20 \text{ m}$, $t = 20 \text{ mm}$, $F = 50 \text{ kN}$, $R_e = 240 \text{ MPa}$.



1. Määritä yhdistetyn taivutuksen ja normaalivoiman myötökäyrä kuvan I-poikkileikkaukselle. Tutki tapaukset, joissa
 - a) normaalivoima vaikuttaa ainoastaan uumassa eli $N < R_e A_u$
 - b) normaalivoima vaikuttaa myös laipoissa eli $N > R_e A_u$. Materiaalin myötöraja on R_e ja uuman poikkipinta-ala A_u .

a)



Harj. 30: $\tau = 2t/h$, $\Delta = d/b \Rightarrow M_p = \frac{1}{4} R_e b h^2 [1 - (1-\Delta)(1-\tau)^2]$

$$\tau = \frac{2 \cdot 16}{200} = 0,16 \quad , \quad \Delta = \frac{10}{200} = 0,05$$

\Rightarrow

$$M_p = \frac{1}{4} R_e \cdot 200 \cdot 200^2 [1 - 0,35 \cdot 0,84^2] = 659360 R_e$$

$$N_p = R_e (A_u + 2A_g) = R_e (10 \cdot 168 + 16 \cdot 200 \cdot 2) = 8080 R_e$$

Uumassa vaikuttava normaalivoima

$$N = \beta \frac{h}{2} \cdot d \cdot 2R_e = 2\beta \cdot 100 \cdot 10 R_e = 2000\beta R_e$$

$$\Rightarrow N = \frac{2000\beta}{8080} N_p = 0,2475\beta N_p \Rightarrow \beta = 4,04 \frac{N}{N_p} \quad (1)$$

Poikkileikkaukseen jää vielä momenttikapasiteetti:

$$M = M_p - \beta \frac{h}{2} d \cdot 2R_e \cdot \frac{1}{2} \beta \frac{h}{2} = M_p - 2\beta \cdot 100 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \beta \cdot 100 R_e = M_p - 100000\beta^2 R_e$$

$$\Rightarrow M = M_p - \beta^2 \cdot \frac{100000}{659360} M_p = M_p (1 - 0,1517\beta^2) \quad (2)$$

(1) \rightarrow (2) \rightarrow

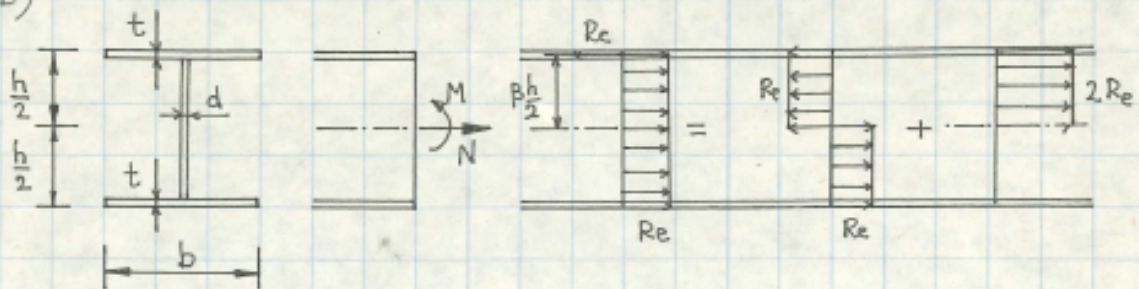
$$\frac{M}{M_p} = 1 - 0,1517 \cdot 4,04^2 \left(\frac{N}{N_p}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{M}{M_p} + 2,48 \left(\frac{N}{N_p}\right)^2 = 1 \quad \text{paraabeli}$$

(jätän)

(jätkoa)

b)



$$M_p = 659360 Re \quad N_p = 8080 Re$$

$$N = d \left(\frac{h}{2} - t \right) \cdot 2Re + \left(\beta \frac{h}{2} - \left(\frac{h}{2} - t \right) \right) b \cdot 2Re \\ = 10(100 - 16) \cdot 2Re + (\beta \cdot 100 - (100 - 16)) \cdot 200 \cdot 2Re = 40000 \beta Re - 31920 Re$$

$$\Rightarrow N = \frac{40000}{8080} \beta N_p - \frac{31920}{8080} N_p = 4,95 \beta N_p - 3,95 N_p$$

$$\Rightarrow \beta = 0,202 \frac{N}{N_p} + 0,798 \quad (3)$$

Poikkileikkaukseen jää vielä momenttikapasiteetti

$$M = M_p - \left(\frac{h}{2} - t \right)^2 d \cdot 2Re \cdot \frac{1}{2} - \left(\beta \frac{h}{2} - \left(\frac{h}{2} - t \right) \right) b \cdot 2Re \left(\frac{h}{4} + \beta \frac{h}{4} - \frac{t}{2} \right)$$

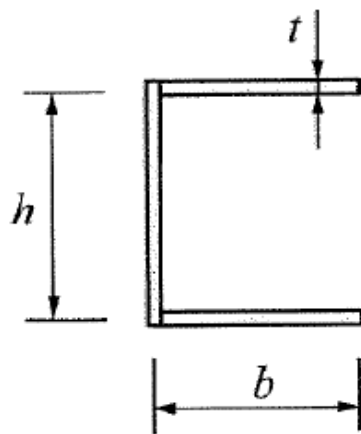
$$= M_p - 70560 Re - 2000000 \beta^2 Re + 1411200 Re$$

$$= M_p - 2000000 \beta^2 Re + 1340640 Re$$

$$= M_p - \frac{2000000}{659360} \beta^2 M_p + \frac{1340640}{659360} M_p \quad (4)$$

$$\Rightarrow \frac{M}{M_p} = 1 - 3,03 \beta^2 + 2,03 \stackrel{(3)}{=} 3,03 - 3,03 \cdot \left(0,202 \frac{N}{N_p} + 0,798 \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{M}{M_p} + 0,12 \left(\frac{N}{N_p} \right)^2 + 0,98 \left(\frac{N}{N_p} \right) - 1,10 = 0 \quad \text{paraabeli} \quad \blacktriangleleft$$



2. Määritä kuvan hitsatun U-profiilin likimääräisen myötöehdon myötökäyrän yhtälö $f(M_z, N) = 1$, kun poikkileikkausta rasittaa taivutusmomentti M_z ja normaalivoima N . Profiili on ohutseinäinen ($t \ll h$). Numerosovellus: $b = 90 \text{ mm}$, $h = 150 \text{ mm}$, $t = 10 \text{ mm}$

$A_1 = 2et + ht$, $A_2 = 2(b-e)t$
 $A_1 = A_2 \Rightarrow 2et + ht = 2(b-e)t$
 $\Rightarrow e = \frac{2b-h}{4}$
 $\Rightarrow b-e = \frac{4}{4}b - \frac{2b-h}{4} = \frac{h+2b}{4}$
 $2Re \cdot \gamma \cdot b + 2\beta \frac{h}{2} Re t = 2Re \beta \frac{h}{2} t c$; $\downarrow_y M_y = 0$
 $\Rightarrow \beta = \frac{2b}{he} \gamma (b - \frac{1}{2} \gamma b - e)$ (1)

$N_p = Re t (2b+h)$, $M_p = Re t h (b + \frac{1}{4} h)$

$N = 2 Re t \gamma b + 2 \beta \frac{h}{2} Re t = 2 Re t \gamma b + Re t h \cdot \frac{2b\gamma}{he} (b - \frac{1}{2} \gamma b - e)$
 $= 2 Re t \gamma b + 2 Re t \frac{b}{e} \gamma b - 2 Re t \frac{b}{e} \cdot \frac{1}{2} b \gamma^2 - 2 Re t \gamma b$
 $\Rightarrow N = 2 \frac{Re t b^2}{e} \gamma - \frac{Re t b^2}{e} \gamma^2 = \frac{Re t b^2}{e} (2\gamma - \gamma^2)$ (2)

Yhtälössä (1) $e \ll b$ ($b = 90 \text{ mm}$, $e = 7 \text{ mm}$)
 (1) $\Rightarrow \beta = \frac{2b^2}{he} \gamma (1 - \frac{1}{2} \gamma) = \frac{b^2}{he} (2\gamma - \gamma^2)$ (3)

(jatkuu)

(jatkoa)

Sij. (3) \rightarrow (2) \Rightarrow

$$N = \frac{Re t b^2}{e} \cdot \frac{h e}{b^2} \beta \quad \Rightarrow \quad \beta = \frac{N}{Re t h} \quad (4)$$

 $\gamma^2 \ll 2\gamma$, jolloin yhtälö (3) on: $\beta \approx \frac{2b^2}{h e} \gamma$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{h e}{2b^2} \beta$$

$$M = M_p - 2 Re t \beta \frac{h}{2} \cdot \frac{1}{2} \beta \frac{h}{2} - 2 Re t \gamma \frac{b h}{2}$$

$$= M_p - \frac{1}{4} Re t h^2 \beta^2 - Re t b h \left(\frac{h e}{2b^2} \right) \beta, \quad e = \frac{2b - 4h}{4}$$

$$= M_p - \frac{1}{4} Re t h^2 \frac{N^2}{Re t^2 h^2} - Re t b h \frac{h}{8 b^2} (2b - h) \cdot \frac{N}{Re t h}$$

$$= M_p - \frac{1}{4} \frac{N^2}{Re t} - \frac{1}{8} \frac{h}{b} \cdot b (2 - h/b) N \quad | : M_p$$

$$\frac{M}{M_p} = 1 - \frac{1}{4} \frac{N^2}{Re t h (b + \frac{1}{4}h)} - \frac{1}{8} \frac{h (2 - h/b)}{Re t h (b + \frac{1}{4}h)} \cdot N$$

$$\frac{M}{M_p} = 1 - \frac{1}{4} \frac{(2b+h)^2}{\frac{h^2}{4} (1+4b/h)} \frac{N^2}{N_p^2} - \frac{1}{8} \frac{h (2 - h/b) (2b+h)}{\frac{h^2}{4} (1+4b/h)} \frac{N}{N_p}$$

$$\frac{M}{M_p} = 1 - \frac{(1+2b/h)^2}{1+4b/h} \left(\frac{N}{N_p} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{b}{h} \frac{(4 - h^2/b^2)}{1+4b/h} \frac{N}{N_p}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{M}{M_p} + \frac{(1+2b/h)^2}{1+4b/h} \left(\frac{N}{N_p} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{b}{h} \frac{(4 - h^2/b^2)}{1+4b/h} \left(\frac{N}{N_p} \right) = 1}$$

 $b = 90 \text{ mm}, h = 150 \text{ mm}:$

$$\frac{(1+2 \cdot 90/150)^2}{1+4 \cdot 90/150} = \frac{(11/5)^2}{17/5} = \frac{121}{85}$$

$$\frac{1}{2} \frac{90}{150} \cdot \frac{(4 - 150^2/90^2)}{1+4 \cdot 90/150} = \frac{3}{10} \frac{11/9}{17/5} = \frac{11}{102}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{M}{M_p} + \frac{121}{85} \left(\frac{N}{N_p} \right)^2 + \frac{11}{102} \left(\frac{N}{N_p} \right) = 1}$$