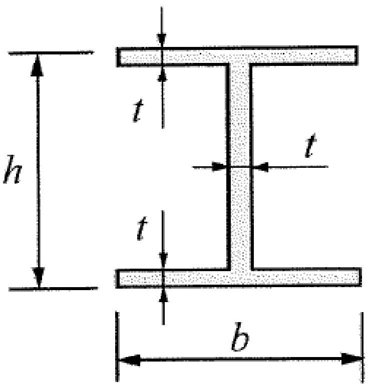
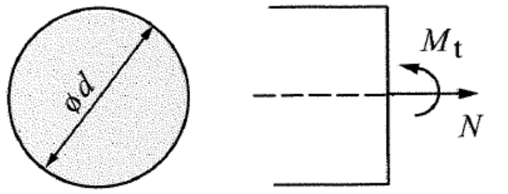
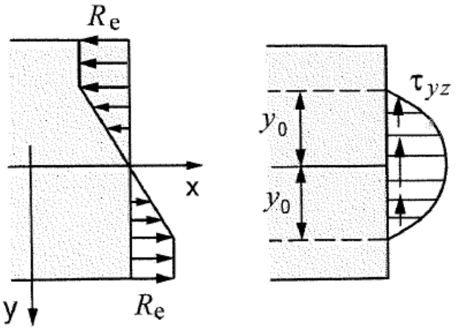


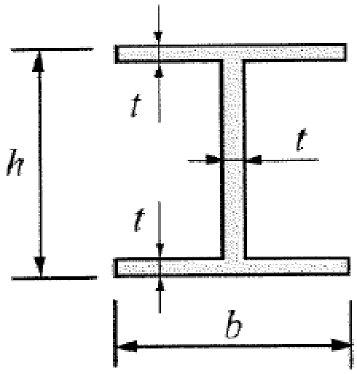
1. Määritä kuva I-profiilin myötöehdon yhtälö $f(M, N) = 1$, kun poikkileikkausta rasittaa taivutusmomentti M ja normaalivoima N. Profiili on ohutseinäinen ($t \ll h$).



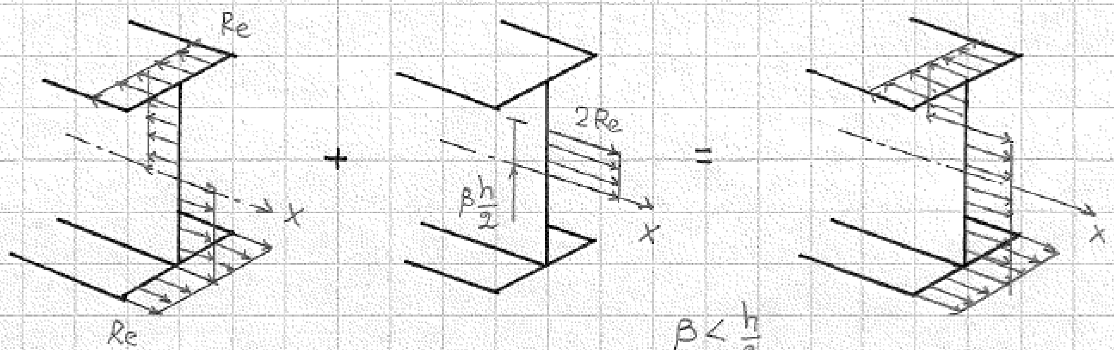
2. Määritä oheisen kuvan ympyräpoikkileikkauksen normaalivoima N ja taivutusmomentti M_t yhdistetty myötöehto. Materiaalin myötölujuus on R_e.



3. Kuvan palkin poikkileikkaus on suorakulmio $b \times h$. Määritä poikkileikkauksen likimääräinen myötökäyrä taivutukselle M ja leikkaukselle Q. Leikkausvoima oletetaan jakaantuneen parabolisesti. Materiaalin myötöraja on R_e.



1. Määritä kuva I-profiilin myötöehdon yhtälö $f(M,N) = 1$, kun poikkileikkausta rasittaa taivutusmomentti M ja normaalivoima N. Profiili on ohutseinäinen ($t \ll h$).



$\beta < \frac{h}{2}$

$$M_p = R_e\left(2bt\cdot\frac{1}{2}\frac{h}{2} + 2\frac{h}{2}t\cdot\frac{h}{4}\right) = \frac{R_e t b h}{4}\left(2+\frac{h}{b}\right)$$

$$N_p = 2R_e bt + R_e ht = R_e t b\left(2+\frac{h}{b}\right)$$

$$N = 2R_e t\beta\frac{h}{2} \qquad \Rightarrow \quad \beta = N/R_e t h$$

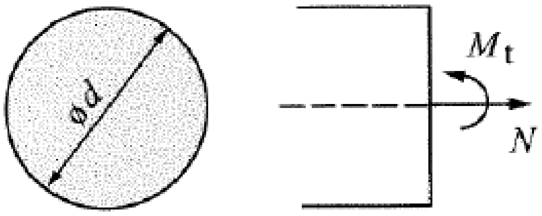
$$M = M_p - 2R_e t\beta\frac{h}{2}\cdot\frac{1}{2}\left(\beta\frac{h}{2}\right) = M_p - \frac{1}{4}R_e t h^2\beta^2$$

$$\Rightarrow \quad M = M_p - \frac{1}{4}\frac{R_e t \cancel{h^2} N^2}{R_e^2 t^2 \cancel{h^2}} = M_p - \frac{1}{4}\frac{N^2}{R_e t} \qquad | : M_p$$

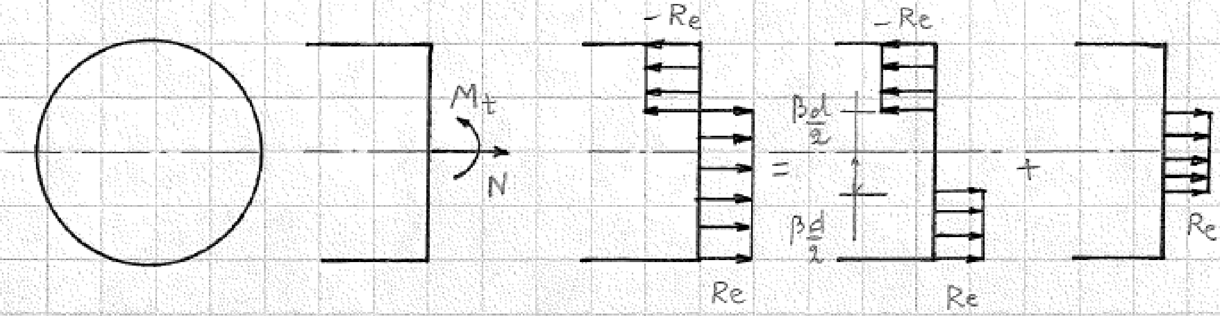
$$\frac{M}{M_p} = 1 - \frac{1}{4}\frac{4N^2}{R_e t\cdot R_e t b h(2+h/b)} = 1 - \frac{\frac{b}{h}(2+h/b)\,N^2}{\underbrace{R_e^2 t^2 b^2 (2+h/b)}_{N_p^2}}$$

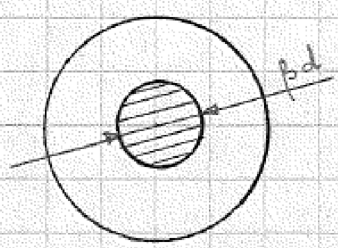
$$\Rightarrow \quad \boxed{\frac{M}{M_p} + \left(1+2\frac{b}{h}\right)\left(\frac{N}{N_p}\right)^2 = 1}$$

TS 27.7.2011



2. Määritä oheisen kuvan ympyräpoikkileikkauksen normaalivoima N ja taivutusmomentti M_t yhdistetty myötöehto. Materiaalin myötölujuus on R_e.



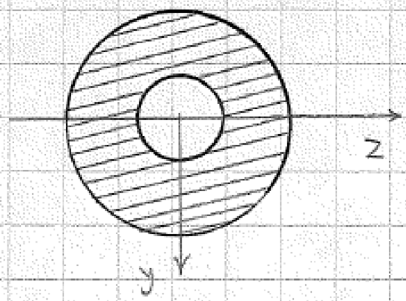


$$N_p = \frac{\pi}{4} d^2 R_e$$

$$N = \frac{\pi}{4} (\beta d)^2 R_e = \beta^2 N_p \quad \Rightarrow \quad \beta^2 = \frac{N}{N_p}$$

$$M_p = \frac{1}{6} d^3 R_e$$

$$M_t = (S_1 + |S_2|)\, R_e$$



$$S_1^1 = \frac{1}{2}\frac{\pi}{4} d^2 \, \frac{4d/2}{3\pi} = \frac{1}{12} d^3$$

$$S_1^2 = \frac{1}{2}\frac{\pi}{4} (\beta d)^2 \cdot \frac{4(\beta d)/2}{3\pi} = \frac{1}{12} \beta^3 d^3$$

$$\Rightarrow \quad S_1 = S_1^1 - S_1^2 = \frac{1}{12} d^3 (1 - \beta^3)$$

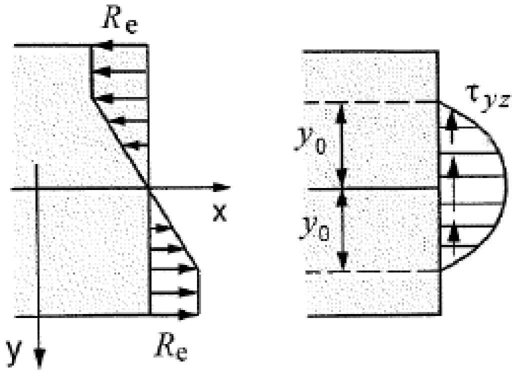
$$|S_2| = S_1 \quad \Rightarrow \quad M_t = \frac{1}{6}(1-\beta^3) d^3 R_e$$

$$\Rightarrow \quad M_t = (1-\beta^3) M_p \quad \Rightarrow \quad \frac{M_t}{M_p} = 1 - \beta^3 = 1 - \left(\frac{N}{N_p}\right)^{3/2}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\frac{M_t}{M_p} + \left(\frac{N}{N_p}\right)^{3/2} = 1} \qquad N \geq 0\,, \; M_t \geq 0$$

Kaikki tapaukset: $$\frac{|M_t|}{M_p} + \left(\frac{|N|}{N_p}\right)^{3/2} = 1$$

TS 30.5.2011



3. Kuvan palkin poikkileikkaus on suorakulmio $b \times h$. Määritä poikkileikkauksen likimääräinen myötökäyrä taivutukselle M ja leikkaukselle Q. Leikkausvoima oletetaan jakaantuneen parabolisesti. Materiaalin myötöraja on R_e.

$-y_0 \le y \le y_0$: $\quad \sigma = R_e\, y/y_0$ (1)

$\tau = \tau_{max}\left[1-\left(\frac{y}{y_0}\right)^2\right]$ JOURAWSKI (2)

Myötöehto : $\sigma^2 + \alpha^2\tau^2 = R_e^2$ (Salmi, Pajunen, Lujuusoppi) (3)

$\begin{cases} \alpha = \sqrt{3} & \text{von MISES (VVEH)} \\ \alpha = 2 & \text{TRESKA (MLJH)} \end{cases}$ (4)

$\Rightarrow \tau_{max} = R_e/\alpha$ (5)

$Q_p = bh\tau_{max} = bhR_e/\alpha \quad , \quad M_p = \frac{1}{4}bh^2R_e$ (6)

(1), (2) → (3) ⇒

$\left(R_e\frac{y}{y_0}\right)^2 + \left(\frac{R_e}{\alpha}\right)^2\left[1-\left(\frac{y}{y_0}\right)^2\right] \equiv R_e^2 \quad , \quad -y_0 \le y \le y_0$ (7)

$\sigma \equiv R_e \quad , \quad \tau \equiv 0 \qquad \begin{cases} -\frac{h}{2} \le y \le y_0 \\ y_0 \le y \le h/2 \end{cases}$ (8)

Valittu jännityskenttä on eräs staattisesti käypä.

Integroimalla: $\quad Q = 2\int_0^{y_0}\tau(y)\,b\,dy = 2\int_0^{y_0}\left(\frac{R_e}{\alpha}\right)\left[1-\left(\frac{y}{y_0}\right)^2\right]b\,dy$

$\Rightarrow \quad Q = \frac{4}{3}by_0\frac{R_e}{\alpha} = \frac{4}{3}\frac{y_0}{h}bh\frac{R_e}{\alpha} = \frac{4}{3}\frac{y_0}{h}Q_p$

$\Rightarrow \quad \frac{y_0}{h} = \frac{3}{4}\frac{Q}{Q_p}$ (9)

$M_t = M_p - 2\cdot\frac{1}{2}\cdot by_0\cdot\frac{1}{3}y_0R_e = M_p\left[1-\frac{4}{3}\left(\frac{y_0}{h}\right)^2\right] \quad | : M_p$

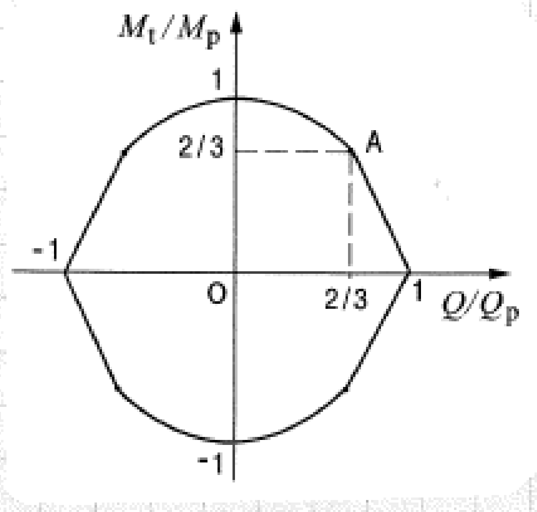
$\frac{M_t}{M_p} = 1 - \frac{4}{3}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^2\frac{Q^2}{Q_p^2}$

$\Rightarrow \quad \boxed{\frac{M}{M_p} + \frac{3}{4}\left(\frac{Q}{Q_p}\right)^2 = 1}$ (10)

(jatkuu)

(jatkoa)   2/2

tehtävä 18



Koska $y_0/h \le 1/2$, niin saadun tuloksen (10) pätevyysalue on

$$\frac{y_0}{h} = \frac{3}{4}\frac{Q}{Q_p} \le \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{Q}{Q_p} \le \frac{2}{3}$$

Ylärajalla $\frac{Q}{Q_p} = \frac{2}{3}$ saadaan

$$\frac{M_t}{M_p} = 1 - \frac{3}{4}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3}$$

Piste A : $(\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$ kannattaa yhdistää suoralla viivalla pisteeseen (1,0), jolloin myötökäyrä on konveksi ja saatu myötöehto turvallisella puolella.

Myötökäyrän suorien osien yhtälöt ovat:

$$\frac{|M_t|}{M_p} + 2\,\frac{|Q|}{Q_p} = 1$$

Kun tulos (10) kirjoitetaan muotoon

$$\frac{|M_t|}{M_p} + \frac{3}{4}\left(\frac{Q}{Q_p}\right)^2 = 1$$

niin se käsittää myös alueen, jossa $M_t \le 0$

TS 28.7.2011