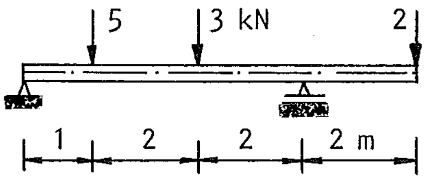
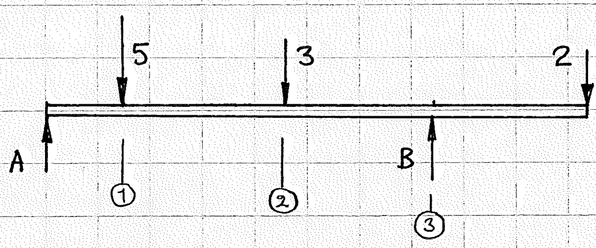
Tampereen Yliopisto / Rakennustekniikan yksikkö
RAK-31040 STATIIKAN JA DYNAMIIKAN PERUSTEET, 5 op
Kesä 2020, Harjoitus 4.

(Statiikka: Suoran palkin rasitukset)



17. Määritä kuvan palkin leikkausvoima- ja taivutusmomenttikuvio.

järj' (kN, m)



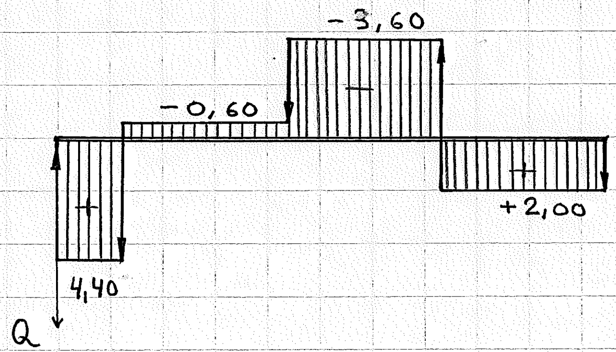
$\circlearrowleft A)\quad -5\cdot 1 - 3\cdot 3 + B\cdot 5 - 2\cdot 7 = 0 \quad \Rightarrow \quad B = \frac{28}{5}$

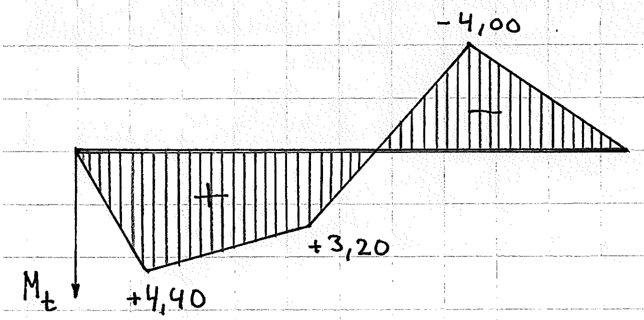
$\uparrow \quad +A + B - 10 = 0 \quad \Rightarrow \quad A = \frac{22}{5}$

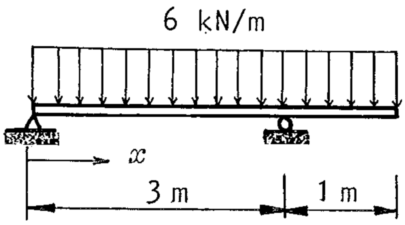
① $M_t = +\frac{22}{5}\cdot 1 = \frac{22}{5} \approx 4{,}40$

② $M_t = +\frac{22}{5}\cdot 3 - 5\cdot 2 = 3{,}20$

③ $M_t = -2\cdot 2 = -4{,}00$







Määritä palkin Q- ja M_t-kuvio ja laske itseisarvoltaan suurimman taivutusmomentin arvo ja kohta, jossa se esiintyy.

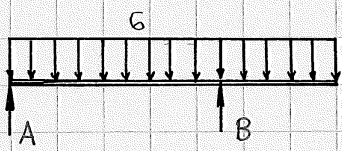
M_{tmax} = 5,33 kNm

järj: (kN, m)

(A) $+B \cdot 3 - 6 \cdot 4 \cdot 2 = 0$

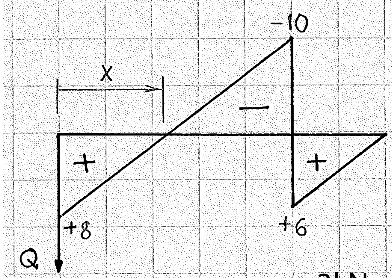
$\Rightarrow B = 16$

$\Rightarrow A = 8$



↑(x) $Q = 0 = +8 - 6 \cdot x = 0$

$\Rightarrow x = 4/3$

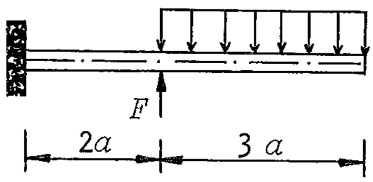


(x) $M_t(x) = +8 \cdot x - 6 \cdot \frac{x^2}{2} = \frac{16}{3}$

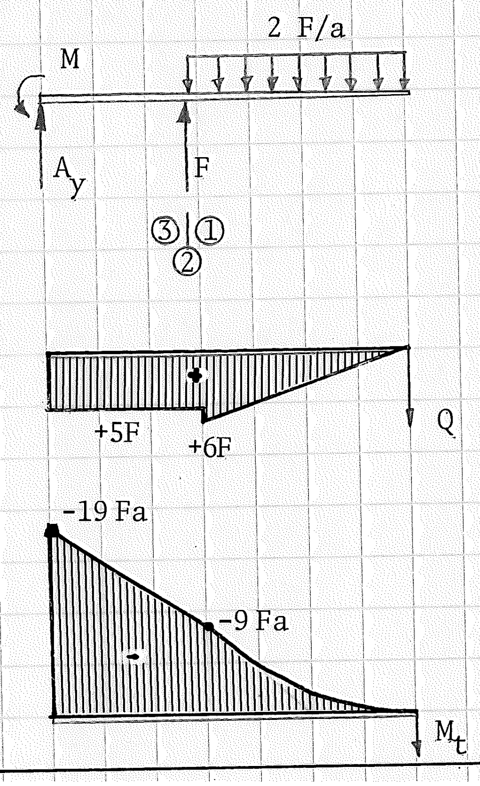
Tuella: $M_t(B) = -6 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = -3$

$\Rightarrow M_{tmax} = \frac{16}{3} \approx 5,33$ kNm ⊲

$x = 4/3 \approx 1,33$ m



8. Määritä kuvan palkin leikkausvoima- ja taivutusmomenttikuvio.



(A) $+M + F \cdot 2a - 2F/a \cdot 3a \cdot 7a/2 = 0$

$\Rightarrow M = 19Fa$

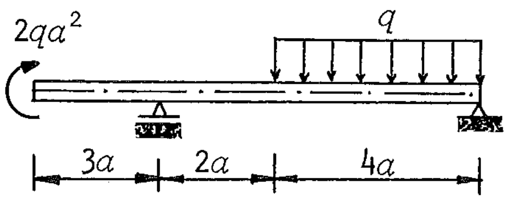
↑ $+A_y + F - 2F/a \cdot 3a = 0$

$\Rightarrow A_y = 5F$

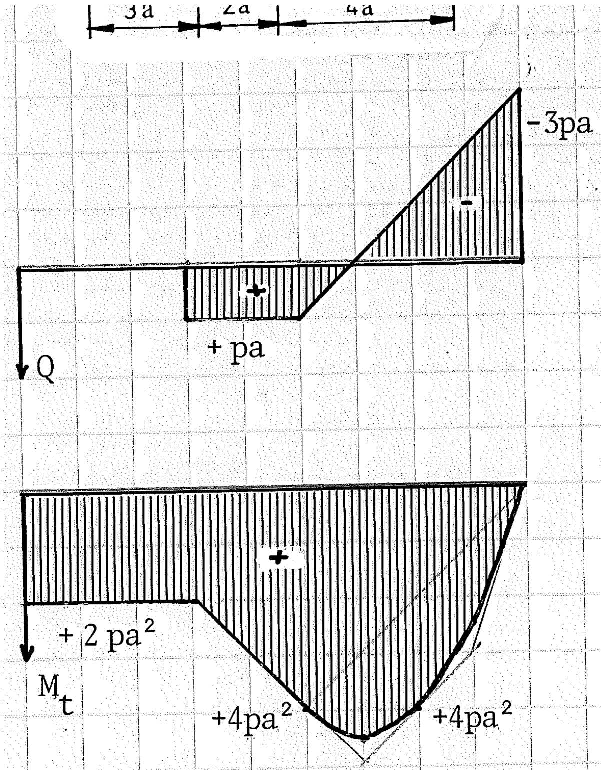
① ↓ $Q = 2F/a \cdot 3a = +6F$

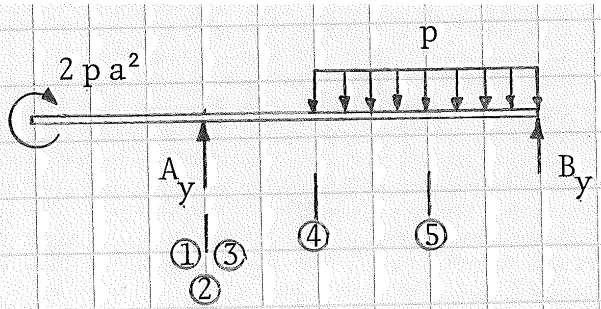
③ ↓ $Q = +6F - F = +5F$

② $M_t = -2F/a \cdot 3a \cdot 3a/2 = -9Fa$



9. Määritä kuvan palkin leikkausvoima- ja taivutusmomenttikuvio.





(B) $-2a^2p - A_y \cdot 6a + p \cdot 4a \cdot 2a = 0$

$\Rightarrow A_y = pa$

$\uparrow \quad +A_y + B_y - p \cdot 4a = 0 \Rightarrow B_y = 3pa$

$\uparrow$ (1) $Q = 0$

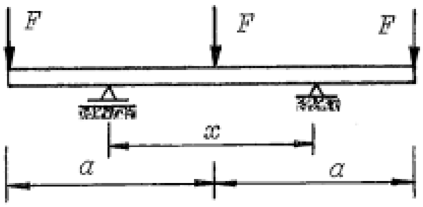
$\uparrow$ (3) $Q = +pa$

$\uparrow$ (4) $Q = +pa$

(2) $M_t = +2pa^2$

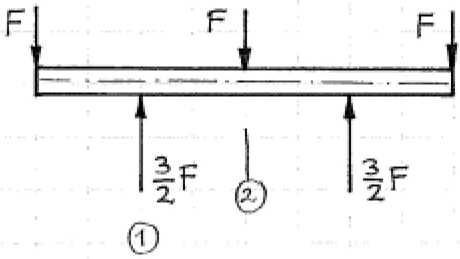
(4) $M_t = +2pa^2 + pa \cdot 2a = +4pa^2$

(5) $M_t = 3pa \cdot 2a - p \cdot 2a \cdot a = +4pa^2$



22. Määritä kuvan kaksitukisen palkin tukiväli x siten, että palkin itseisarvoltaan suurinkin taivutusmomentti olisi mahdollisimman pieni. Piirrä taivutusmomenttikuvio.

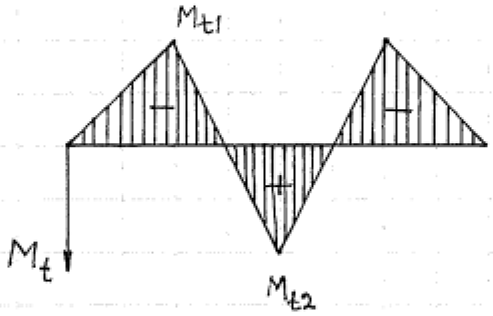
<u>*Vast*</u>: $x = \frac{8}{5}a$



$$1 \quad M_t^1 = -F\left(a - \frac{x}{2}\right)$$

$$2 \quad M_t^2 = -Fa + \frac{3F}{2} \cdot \frac{x}{2}$$

min max $|M_t|$, kun
$x \in (0, 2a)$



tuki- ja aukkomomentti ovat itseisarvoltaan yhtäsuuret.
Siis

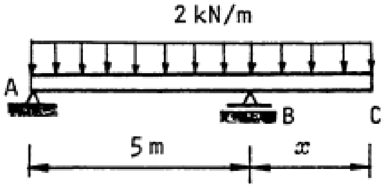
$$|M_{t1}| = M_{t2}$$

$$\Rightarrow \quad -\left(-F\left(a - \frac{x}{2}\right)\right) = -Fa + \frac{3F}{4}x$$

$$\Rightarrow \quad Fa - F\frac{x}{2} = -Fa + \frac{3F}{4}x$$

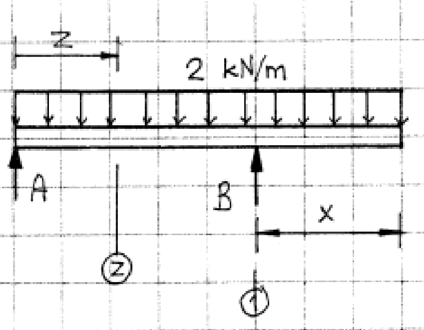
$$\Rightarrow \quad 2a = \frac{5}{4}x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{8}{5}a \qquad \triangleleft$$

$$\Rightarrow \quad M_{t1} = -M_{t2} = -F\left(a - \frac{8}{5}a \cdot \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{5}Fa$$



15. Määritä kuvan palkin ulokeosan pituus x siten, että taivutusmomentin itseisarvo tuella B on yhtäsuuri kuin jänteen AB suurin taivutusmomentti. $x \leq 5\,\mathrm{m}$

Käytetään järj.: (kN, m)



$$\text{(B)}\quad -A\cdot 5 + 2\cdot 5\cdot \frac{5}{2} - 2\cdot x\cdot \frac{1}{2}x = 0$$

$$\Rightarrow\quad A = \frac{1}{5}\left(x^2 - 25\right)$$

$$\uparrow ②\quad Q = 0 = +A - 2z = 0$$

$$\Rightarrow\quad z = \frac{1}{2}A$$

$$②\quad M_{t\,max} = A\cdot z - 2\cdot z\cdot \frac{1}{2}z = \frac{1}{2}A^2 - \frac{1}{4}A^2 = \frac{1}{4}A^2 = \frac{1}{100}\left(x^2-25\right)^2$$

$$①\quad M_{tB} = -2\cdot x\cdot \frac{x}{2} = -x^2$$

Annettu ehto: $|M_{tB}| = M_{t\,max}$

$$\Rightarrow\quad x^2 = \frac{1}{100}\left(x^2-25\right)^2 \quad\Rightarrow\quad x^2 - \left[\frac{1}{10}\left(x^2-25\right)\right]^2 = 0$$

$$\Rightarrow\quad x - \frac{1}{10}\left(x^2-25\right) = 0 \quad\Rightarrow\quad x^2 - 10x - 25 = 0$$

$$\Rightarrow\quad x_{1,2} = 5 \pm \sqrt{25+25} = 5 \underset{(-)}{+} 5\sqrt{2} \approx 12{,}07$$

ei käy

$$x + \frac{1}{10}\left(x^2-25\right) = 0$$

$$\Rightarrow\quad x^2 + 10x - 25 = 0 \quad\Rightarrow\quad x_{3,4} = -5 \underset{(-)}{+} \sqrt{25+25} = 5\left(\sqrt{2}-1\right)$$

$$\Rightarrow\quad x \approx 5\cdot 0{,}414 = 2{,}07\ \mathrm{m}$$