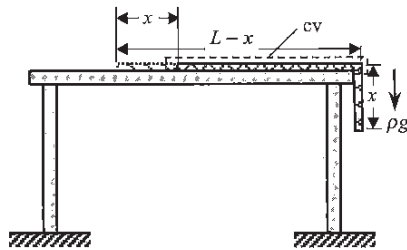


MEI-55100 Mallintamisen perusteet
Harjoitus 8, kevät 2015

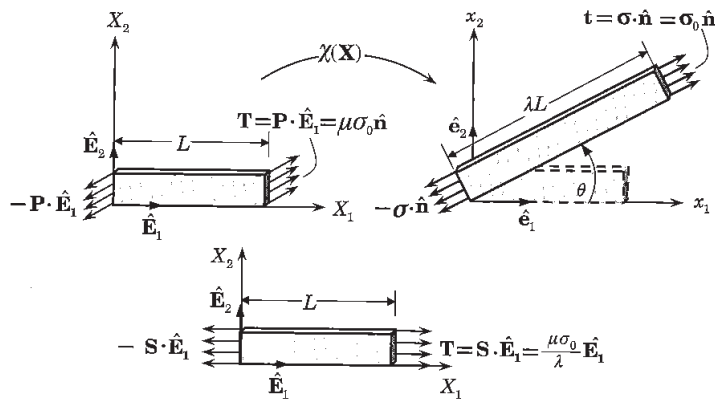
1. Kitkattomalla pöydällä oleva ketju jonka kokonaispituus on L ja massa pituutta kohden on ρ liukuu pöydän reunalta. Alkutilanteessa roikkuvan osan pituus on x_0 . Oletetaan ketju venymättömäksi. Kirjoita ketjun liikeyhtälö, ratkaise se sekä määritä köydessä vaikuttava normaalivoima.



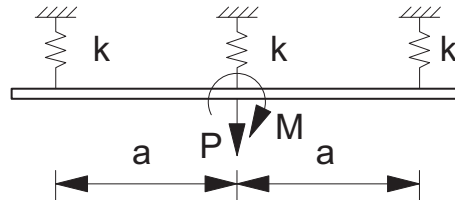
2. Tarkastellaan alla olevan kuvan mukaista sauvaa, joka alkutilassa sijaitsee X_1 akselin suuntaisena, ja jonka pituus on L ja poikkipinnan pinta-ala A . Sauvaan vaikuttaa yksiakselinen vetojännitys, joka venyttää sitä λ :n verran, sekä kiertää sauvaa taivuttamatta kulman θ verran. Deformaatiokuvaus on muotoa

$$x_1 = \lambda X_1 \cos \theta - \mu X_2 \sin \theta, \quad x_2 = \lambda X_1 \sin \theta + \mu X_2 \cos \theta, \quad x_3 = X_3,$$

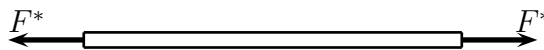
jossa λ ja μ ovat vakioita; λ kuvaa sauvan venytystä ja tulo $\lambda\mu$ kuvaa suhteellista tilavuudenmuutosta. Määritä ensimmäisen ja toisen lajin Piolan-Kirchhoffin jännitystensorit.



3. Oheisen kuvan mukaista massatonta jäykkää sauvaa kuormittavat pistemomentti M ja pistekuorma P . Jousien jäykkyyssvakio on k . Ratkaise tasapainotilaa vastaavat jousivoimat virtuaalisen työn periaatteen avulla.



Palautustehtävä: Tarkastellaan suoraa aksiaalisesti kuormitettua L :n mitaista sauvaa. Sauva on X_1 -akselin suuntainen. Voima F^* kasvatetaan nolasta arvoon, jossa sauva on venynyt pituuteen $2L$. Sauvan materiaali on kokoonpuristumatonta ja sen poikkileikkauspinta-ala on kuormittamattomassa tilassa A . Oletetaan sauvan materiaalin noudattavan yhtälöä $S_{11} = E^*E_{11}$, jossa E^* on kimmokerroin ja S_{11} on toisen lajin Piolan-Kirchhoffin jännitystensorin komponentti ja E_{11} vastaavasti Greenin-Lagrangen muodonmuutos-tensorin komponentti. Määritä Cauchyn, ensimmäisen ja toisen lajin Piolan-Kirchhoffin jännitystensorit. Määritä ja piirrä Cauchyn jännityksen σ_{11} ja toisen lajin Piolan-Kirchhoffin jännityksen S_{11} kuvaaja venytyssuhteen λ funktiona. Määritä myös voiman ja sauvan pituudenmuutoksen välinen riippuvuus (piirrä kuva).



Viimeinen palautuspäivä 25.5.2015