

Johdatus materiaalimalleihin

10. harjoitus - plastisuusmallit, vauriomallit

1. Gurson esitti 1977 myötöehdon huokoiselle metallille muodossa¹

$$f(I_1, J_2) = \frac{3J_2}{\sigma_y^2} - \left[1 + \xi^2 - 2\xi \cosh\left(\frac{I_1}{2\sigma_y}\right) \right],$$

missä ξ on huokosten tilavuusosuus ja σ_y on metallimatriisin myötöraja.

- (a) Hahmottele myötöpinnan kuvaaja meridiaanitasolla $(I_1, \sqrt{3J_2})$ jollain huokos-tilavuuden arvolla (esim. $\xi = 0.1$).
- (b) Määritä plastisen muodonmuutosinkrementin $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$ lauseke kun otaksutaan associatiivinen myötösääntö $\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\lambda} \partial f / \partial \sigma_{ij}$.

Huokosten tilavuusosuus ξ voidaan ajatella vauriomuuttujana, jolla on oma evoluutioyhtälö, joka koostuu sekä huokosten kasvusta että synnystä

$$\dot{\xi} = \dot{\xi}_{\text{growth}} + \dot{\xi}_{\text{nucl}} = (1 - \xi) \text{tr}(\dot{\varepsilon}^p) + \frac{\xi_N}{S_N \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\varepsilon}^p - \varepsilon_N}{S_N}\right)^2\right] \dot{\varepsilon}^p,$$

jossa $\bar{\varepsilon}^p$ on ekvivalentti plastinen venymä ja S_N, ε_N ja ξ_N ovat mallin parametrejä.

2. Vertaile kahta eri isotrooppista vauriomallia toisiinsa yksiakselisessä tapauksessa:

$$\sigma = (1 - D) E \varepsilon^e, \quad (1)$$

$$\sigma = \exp(-D) E \varepsilon^e, \quad (2)$$

ja olettaen molemmille malleille sama vaurion evoluutioyhtälö

$$\dot{D} = \frac{1}{t_d} \left(\frac{\varepsilon^e}{\varepsilon_r}\right)^{2r}, \quad (3)$$

jossa t_d ja r ovat materiaaliparametreja. Venymän viitearvo on $\varepsilon_r = \sigma_r / E$. Huomaa, että mallissa (2) vauriomuuttuja ei ole ylhäältä rajoitettu.

Ratkaise mallien vaste vakionopeudella suoritettavassa vetokokeessa, jossa venymä kasvaa lineaarisesti $\varepsilon = \dot{\varepsilon}_0 t$, jossa $\dot{\varepsilon}_0$ on kokeessa vakiona pidetty muodonmuutosnopeus. Piirrä tulokset $(\varepsilon/\varepsilon_r, \sigma/\sigma_r)$ -koordinaatistossa. Oletetaan ettei epäelastisia muodonmuutoksia esiinny, eli $\varepsilon = \varepsilon^e$.

Määritä lisäksi venymän ja vauriomuuttujan arvot maksimijännityksen kohdalla. Piirrä vaurioparametrin kehitys muodonmuutoksen funktiona. Tutki parametrin r vaihtelun vaikutusta esimerkiksi arvoilla $r = 1, 2, 4$.

¹A.L. Gurson. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Part I - Yield criteria and flow rules for porous ductile media. *Journal of Engineering Material and Technology*, 99(1):2-15, 1977. <https://doi.org/10.1115/1.3443401>