Johdatus materiaalimalleihin

9. harjoitus – myötöehdot

1. Pitkään ohutseinäiseen teräksiseen sylinteriputkeen, halkaisija D ja seinän paksuus t, vaikuttaa sisäinen paine p_1 ja ulkoinen paine p_2. Oletetaan, että ulkoinen paine ei vaikuta aksiaaliseen jännitykseen ja että $p_2 = rp_1, r \geq 0$. Putki alkaa myötää kun $p_1 = p_0$ ja $p_2 = 0$.

   (a) Määritä ääripaine $p_1 = p_\mathrm{y}$, jolla putki myötää kun $r > 0$. Käytä sekä von Misesin että Trescan myötöehtoja.

   (b) Piirrä (p_y, r)-kuvaaja molemmille myötöehdoille.

   (c) Millä suhteen r arvolla näiden ehtojen mukaiset paineen suurimmat arvot eroavat eniten toisistaan? Mistä syystä? Oleta, että myötöehdot on asetettu yhtäsuuriksi puhtaassa leikkauksessa. Piirrä myötöpinnat deviatorisessa tasossa.

2. Aine myötää yksiaksiaalisessa vedossa jännityksellä f_t ja yksiaksiaalisessa puristuksessa jännityksellä $-f_\mathrm{c}$. Mikä on myötöjännitys puhtaassa leikkauksessa Druckerin-Pragerin myötöehdon mukaan.

3. Tarkastellaan Druckerin-Pragerin myötöehtoa: $f(I_1, J_2) = \sqrt{3J_2} + \alpha I_1 - \beta = 0$. Näytä, että suurin yksiaksiaalisen puristus- ja vetolujuuden suhde $m = f_\mathrm{c}/f_\mathrm{t}$, jolla on äärellinen biaksiaalinen puristuslujuus f_bc, siis kun $\sigma_1 = \sigma_2 = -f_\mathrm{bc}$ on

   (a) tasojännitystilassa $m = 3$,

   (b) tasomuodonmuutostilassa $m = 3/(1 + 6\nu)$, jossa ν on materiaalin Poissonin vakio.

4. Tietyille muoveille voidaan käyttää myötöehtoa, joka on muotoa

$$\sqrt{\sigma_\mathrm{e}^2 + \alpha^2(\sigma_\mathrm{m} - A)^2} - B = 0,$$

   jossa $\sigma_\mathrm{e} = \sqrt{3J_2} = \sqrt{\frac{3}{2}s_{ij}s_{ji}}$ ja $\sigma_\mathrm{m} = \frac{1}{3}I_1 = \frac{1}{3}\sigma_{kk}$ ja deviatorinen jännitystensori määritellään $s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_\mathrm{m}\delta_{ij}$. Määritä vakiot α, A ja B kun aineenkoestuksissa on mitattu yksiakselinen puristuslujuus σ_c ja hydrostaattinen puristuslujuus p_c sekä hydrostaattinen vetolujuus p_t. Hahmottele meridiaanileikkauksen $(\sigma_\mathrm{m}, \sigma_\mathrm{e})$ kuvaaja. Hahmottele myös myötöpinnan kuvaaja deviatorisella tasolla.