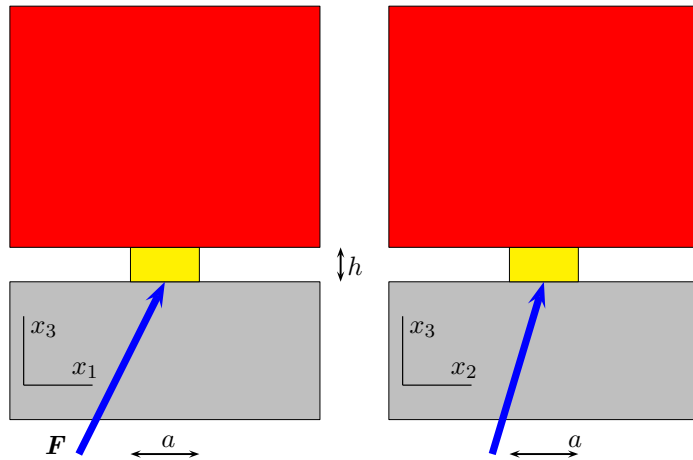


Johdatus materiaalimalleihin

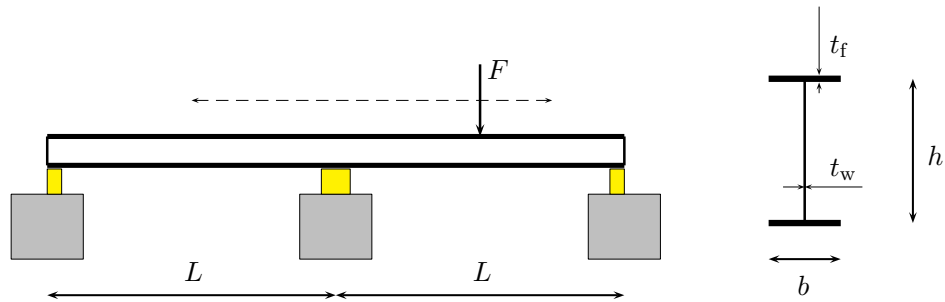
3. harjoitus – jännitys, tasapainoyhtälöt

1. Erään suuren moottorilohkon tuen tukireaktioksi on mitattu voimavektori $\mathbf{F} = (5F, F, 10F)^T$. Kuva alla. Laakerituen mitat ovat $a \times a \times h$. Lisäksi tiedetään, että moottorilohkon x_1 akselin suuntainen normaalijännitys on $\sigma_{11} = -6\sigma_0$, jossa on merkitty $\sigma_0 = F/a^2$.
 - (a) Määritä näistä tiedoista mahdollisimman moni jännitysmatriisin alkio (x_1, x_2, x_3) -koordinaatistossa. Mitä matriisialkioita ei edellisen tiedon perusteella voi määrittää?
 - (b) Mikäli näille tuntemattomiksi jääville komponenteille oletetaan nolla-arvo, määritä pääjännitykset ja suurinta pääjännitystä vastaavan tason normaalin suunta. Mikä on suurin leikkausjännitys?
 - (c) Määritä jännitysdeviaattorimatriisi $\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3}\text{tr}(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{I}$ ja sen toinen invariantti $J_2 = \frac{1}{2}\text{tr}(\mathbf{s}^2)$ sekä von Misesin tehollinen jännitys $\sigma_e = \sqrt{3J_2}$.
 - (d) Mikäli nyt nolliksi oletetut jännityskomponentit voisivat vaihdella välillä $(-\sigma_0, \sigma_0)$, missä rajoissa von Misesin tehollinen jännitys vaihtelee?



2. Mitoita oheisen kaksiaukkoisen palkin korkeus h siten, että palkin materiaalin tehollinen jännitys $\sigma_e = \sqrt{3J_2}$ on pienempi kuin 355 MPa (teräs S 355) kun palkin tulee kestää 100 kN pystykuorma mielivaltaisessa kohdassa. Palkin poikkileikkaukseksi voit otaksua I-profilin, jonka mittasuhteet ovat $h = 2b$, $t_f = \frac{3}{2}t_w$ ja $t_w = \frac{1}{50}h$. Palkin jänneväli on $L = 6$ m. Tukilaakerin pituus keskituella on $b/2$ (reunatuilla puolet tästä) ja leveys palkin leveys. Voit analysoida palkkia idealisoituna I-profilina, jossa taivutusmomentti M kannetaan laipoilla ja uuma ottaa kaiken leikkausrasituksen. Lisäksi taivutusjännitykset voi olettaa vakioiksi laipan paksuuden suhteen.

Missä on vaarallisin kuorman paikka?



3. Onko seuraava jännityskenttä tasapainossa kun tilavuusvoimia ei ole:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{\sigma_0}{L^2} (3x^2 + 4xy - 8y^2), & \sigma_y &= \frac{\sigma_0}{L^2} (2x^2 - xy + 3y^2), \\ \tau_{xy} &= \frac{\sigma_0}{L^2} (\frac{1}{2}x^2 - 6xy - 2y^2), & \sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} &= 0,\end{aligned}$$

jossa σ_0 ja L ovat vakioita.

4. Suorakulmaisessa x, y, z koordinaatistossa jännitystensori on annettu muodossa

$$\sigma = \begin{bmatrix} (1 - \xi^2)\eta + \frac{2}{3}\eta^2 & -(4 - \eta^2)\xi & 0 \\ -(4 - \eta^2)\xi & -\frac{1}{3}(\eta^3 + 12\eta) & 0 \\ 0 & 0 & (3 - \xi^2)\eta \end{bmatrix} \sigma_0,$$

jossa $\xi = x/L, \eta = y/L$ ja σ_0 ja L ovat vakioita.

- (a) Onko kyseinen jännitystila tasapainossa, jos tilavuusvoimia ei ole?
 (b) Määritä traktiovektori pisteessä $(2L, -L, 6L)$, tasolla jonka yhtälö on $3x + 6y + 2z = 12L$.

5. Korkeudeltaan lineaarisesti muuttuvan levyulokeen paksuus t on vakio. Uloketta kuormittaa sen vapaassa päässä leikkausjännitysjaakauma, jonka resultantti on F . Määritä tehtävän reunaehdot jokaisella reunan osalla. Johda leikkausjännityksen $\tau_{xy}(x, y)$ lauseke olettamalla normaalijännitysten jakautuvan teknisen taivutusteorian mukaisesti.

